

Арифметика и коды чисел

Прочитайте каждый раздел и сразу выполните небольшое задание в конце. Ответы вводите прямо в поля. После завершения нажмите кнопку «Отправить работу — сохранить PDF».

ФИО

Челышев Александр Дмитриевич

Группа

ИС 25/9-1

Дата

2026-09-23

1

Как компьютер представляет числа

Человек чаще использует десятичную систему счисления, а цифровая вычислительная техника работает с битами — двумя состояниями, которые условно записывают как **0** и **1**.

Например:

$13_{10} = 1101_2$
 $25_{10} = 11001_2$

Важно: одна и та же последовательность битов может означать разные значения в зависимости от того, как её интерпретировать.

11111111_2

как 8-битное беззнаковое число = 255

как 8-битное знаковое число в дополнительном коде = -1

Поэтому процессору недостаточно просто получить набор битов: нужно знать формат данных и разрядность числа.

Задание 1

Переведите число 10_{10} в двоичную систему.

Ваш ответ

$$10(10) = 1010(2)$$

$$10/2 = 5 \quad 0$$

$$5/2 = 2 \quad 1$$

$$2/2 = 1 \quad 0$$

$$1/2 = 0 \quad 1$$

2

Двоичное сложение

Двоичные числа складываются по тем же разрядам, что и десятичные, но возможны только цифры 0 и 1.

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

$$1 + 1 + 1 = 11$$

Если получается 10_2 , в текущем разряде записывается 0, а 1 переносится в следующий разряд.

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 0110 \\ \hline 10001 \end{array}$$

Проверка: $1011_2 = 11_{10}$, $0110_2 = 6_{10}$, поэтому результат $10001_2 = 17_{10}$.

Задание 2

Выполните сложение: $1010_2 + 0101_2$.

Ваш ответ

$$1010(2) + 0101(2) = 1111(2)$$

$$1+0 = 1$$

$$0+1 = 1$$

$$1+0 = 1$$

$$0+1 = 1$$

3

Двоичное вычитание

При вычитании действуют простые правила:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

Если в текущем разряде единицы недостаточно, выполняется заём из старшего разряда.

$$10110$$

$$- 00111$$

$$-----$$

$$01111$$

Проверка: $22 - 7 = 15$.

В процессоре вычитание часто удобно свести к сложению:

$$A - B = A + (-B)$$

Для этого отрицательное число представляют специальным кодом.

Задание 3

Вычислите: $1010_2 - 0011_2$.

Ваш ответ

$$1010(2) - 0011(2) = 0111(2)$$

$$1-0 = 1$$

$$0-0 = 0$$

$$1-1 = 0$$

$$0-1 = 1$$

4

Двоичное умножение

Умножение выполняется аналогично привычному умножению столбиком.

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Пример:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 0101 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 1011 \\ 0000 \\ \hline 110111 \end{array}$$

$$1011_2 = 11, 0101_2 = 5, \text{ а } 110111_2 = 55.$$

Сдвиг двоичного беззнакового числа влево на один разряд соответствует умножению на 2, если результат помещается в доступную разрядность.

Задание 4

Умножьте: $101_2 \times 10_2$.

Ваш ответ

```
101(2) * 10(2) = 1010(2)
101*0 = 000
101*1 = 101
```

5

Деление и двоичные сдвиги

Для беззнаковых двоичных чисел сдвиг вправо на один разряд соответствует целочисленному делению на 2.

$$11010_2 = 26_{10}$$

$$11010 \gg 1 = 01101_2$$

$$01101_2 = 13_{10}$$

При логическом сдвиге вправо освободившиеся старшие разряды заполняются нулями. Для знаковых чисел процессор может использовать арифметический сдвиг, который сохраняет знак числа.

Задание 5

Выполните логический сдвиг вправо на один разряд: $10100_2 \gg 1$.

Ваш ответ

```
10100(2) >> 1 = 01010(2)
10100
>>>>
01010
```

6

Зачем нужны коды отрицательных чисел

Для положительного числа достаточно обычной двоичной записи:

```
+13 = 00001101
```

Но память компьютера не хранит отдельный символ «минус». В регистре всё равно находятся только биты. Поэтому нужно правило, по которому определённая комбинация битов будет означать отрицательное число.

При изучении архитектуры ЭВМ рассматривают три варианта:

- прямой код;
- обратный код;
- дополнительный код.

В современных процессорах для знаковых целых чисел основное значение имеет дополнительный код.

Задание 6

Объясните одним-двумя предложениями, зачем компьютеру нужен специальный способ записи отрицательных чисел.

Ваш ответ

Потому что в памяти компьютер хранит только нули и единицы, отдельного знака минус там нет.

7

Прямой код

В прямом коде старший бит используется как знак:

```
0xxxxxxx — положительное число  
1xxxxxxx — отрицательное число
```

Например, в 8-разрядной записи:

```
+13 = 00001101  
-13 = 10001101
```

Оставшиеся семь битов содержат модуль числа. Недостаток такого способа — два варианта нуля:

$00000000 = +0$ $10000000 = -0$

Кроме того, арифметические схемы должны отдельно учитывать знак операндов.

Задание 7

Запишите **-5** в 8-битном прямом коде.

Ваш ответ

-5 = 10000101

8

Обратный код

Положительные числа записываются как обычно. Для получения отрицательного числа все биты положительного представления инвертируются.

 $+13 = 00001101$

инверсия:

 11110010 $-13 \text{ в обратном коде} = 11110010$

У обратного кода также существуют два нуля:

 $00000000 = +0$ $11111111 = -0$

Задание 8

Получите 8-битный обратный код числа **-5**.

Ваш ответ

 $+5 = 00000101$ $-5 = 11111010$

9

Дополнительный код

Дополнительный код — основной способ представления знаковых целых чисел в современных двоичных вычислительных системах.

Чтобы получить отрицательное число:

1. запишите положительное число в нужной разрядности;
2. инвертируйте все биты;
3. прибавьте 1.

Пример для **-13**:

+13	00001101
инверсия	11110010
+ 1	00000001

-13	11110011

Короткое правило: дополнительный код отрицательного числа = инверсия битов модуля + 1.

Задание 9

Запишите **-12** в 8-битном дополнительном коде.

Ваш ответ

+12 = 00001100
инверсия = 11110011
+1 = 11110100

10

Арифметика в дополнительном коде

Главное преимущество дополнительного кода — положительные и отрицательные числа можно складывать одной и той же двоичной схемой.

Рассмотрим **7 + (-5)**.

+7 = 00000111

+5 00000101

инверсия 11111010

+1 11111011

-5 11111011

00000111

+ 11111011

1 0000010

При 8-битной арифметике крайний перенос за пределы разрядной сетки отбрасывается. Остаётся $0000010_2 = 2$.

Задание 10

Используя 8-битный дополнительный код, вычислите: $5 + (-3)$.

Ваш ответ

$5 + (-3) =$

$+5 = 00000101$

$-3 = 11111101$

$00000101 + 11111101 = 00000010$

11

Как прочитать отрицательное число в дополнительном коде

Если старший бит знакового числа равен 1, число отрицательное. Чтобы определить его модуль, можно выполнить обратное преобразование: инвертировать биты и прибавить 1.

11111011

инверсия:

00000100

+1:

$00000101 = 5$

значит:

$11111011 = -5$

Задание 11

Определите десятичное значение 8-битного числа **11111110** в дополнительном коде.

Ваш ответ

$$11111110(2) = -2(10)$$

$$11111110 = -128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 0 = -128 + 126 = -2$$

12

Диапазон представимых чисел

Количество битов определяет, какие значения можно хранить.

Для беззнакового **n-битного** числа:

$$0 \dots 2^n - 1$$

Для знакового числа в дополнительном коде:

$$-2^{n-1} \dots 2^{n-1} - 1$$

Разрядность	Без знака	Со знаком, дополнительный код
8 бит	0 ... 255	-128 ... 127
16 бит	0 ... 65 535	-32 768 ... 32 767
32 бита	0 ... 4 294 967 295	-2 147 483 648 ... 2 147 483 647

Задание 12

Укажите диапазон **4-битного беззнакового** числа.

Ваш ответ

$$2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$0 \dots 15$$

13

Арифметическое переполнение

Разрядность регистра ограничена. Если математический результат нельзя представить в заданном количестве битов, возникает переполнение.

В 8-битном дополнительном коде максимальное положительное число — 127:

01111111 = 127

```
  01111111
+ 00000001
-----
 10000000
```

Но 10000000 в 8-битном дополнительном коде означает -128. Математический результат 128 не помещается в диапазон -128 ... 127.

Задание 13

Будет ли переполнение при сложении двух 8-битных знаковых чисел: **100 + 20**?

Ваш ответ

Нет, переполнения не будет. Диапазон 8-битного знакового числа в дополнительном коде: -128 ... 127. Сумма $100 + 20 = 120$, а 120 меньше 127, значит результат помещается в 8 бит - переполнения нет.

14

Перенос и переполнение — разные события

При беззнаковой арифметике важен перенос из старшего разряда. Например:

```
  11111111
+ 00000001
-----
 1 00000000
```

В 8 битах останется 00000000, а единица окажется за пределами регистра. Это перенос.

Для знаковой арифметики в дополнительном коде отдельно отслеживается переполнение — ситуация, когда знаковый математический результат не помещается в заданную разрядность.

В архитектуре x86 эти ситуации отражаются разными флагами: CF связан с переносом/заёмом для беззнаковой арифметики, а OF — с переполнением знаковой арифметики.

Задание 14

Какой флаг в x86 связан со знаковым переполнением: **CF** или **OF**?

Ваш ответ

OF - это флаг, который устанавливается в 1, когда результат операции со знаковыми числами выходит за пределы допустимого диапазона.

15

Расширение знака

Иногда число нужно перенести из регистра меньшей разрядности в регистр большей разрядности.

Для положительного числа старшие разряды заполняются нулями:

8 бит: 00000101
16 бит: 00000000 00000101

Для отрицательного числа в дополнительном коде копируется знаковый бит:

-5, 8 бит:
11111011

-5, 16 бит:
11111111 11111011

Так сохраняется числовое значение.

Задание 15

Расширьте 8-битное число **11111110** до 16 бит с сохранением знака.

Ваш ответ

1111111111111110

16

Двоично-десятичный код BCD

В BCD каждая десятичная цифра кодируется отдельно четырьмя битами.

5 → 0101

9 → 1001

59 в BCD:

0101 1001

Это не то же самое, что обычная двоичная запись числа 59:

$59_{10} = 00111011_2$

59 в BCD = 0101 1001

BCD удобен там, где важно работать именно с десятичными цифрами.

Задание 16

Запишите число **42** в BCD.

Ваш ответ

42 в BCD = 0100 0010

17

Целые и вещественные числа

Целые числа могут интерпретироваться как беззнаковые или знаковые. Для знаковых целых чисел широко используется дополнительный код.

Но дробные и очень большие или очень маленькие значения удобно представлять с плавающей точкой. В распространённом двоичном формате число разбивается на части:

- знак;
- порядок;
- значащая часть.

Например, стандарт IEEE 754 описывает форматы двоичной арифметики с плавающей точкой.

Подробное устройство таких чисел рассматривается отдельно в теме о формах представления чисел в ЭВМ.

Задание 17

Что лучше подходит для хранения значения **3,14159**: целое число или число с плавающей точкой?

Ваш ответ

Число с плавающей точкой. Значение 3,14159 - дробное, поэтому для его хранения нужен формат с плавающей точкой, который поддерживает дробную часть.

18

АЛУ и флаги результата

Арифметико-логическое устройство (АЛУ) процессора выполняет арифметические и логические операции над двоичными операндами.

```
5 = 00000101
3 = 00000011

00000101 + 00000011
      ↓
    00001000
      ↓
        8
```

После операции процессор может изменить флаги состояния. В x86 среди них:

- **CF** — перенос/заём;
- **ZF** — результат равен нулю;
- **SF** — знак результата;
- **OF** — знаковое переполнение.

Эти признаки позволяют следующим машинным инструкциям анализировать результат вычисления.

Задание 18

Какой флаг устанавливается, если результат арифметической операции равен нулю?

Ваш ответ

ZF

Перед сдачей

✓ Указаны ФИО и группа.

✓ Заполнены ответы после каждого раздела.

✓ В вычислениях указаны промежуточные действия там, где они требуются.

После нажатия кнопки откроется окно печати. Выберите «Сохранить как PDF». В PDF попадут все ваши ответы полностью.